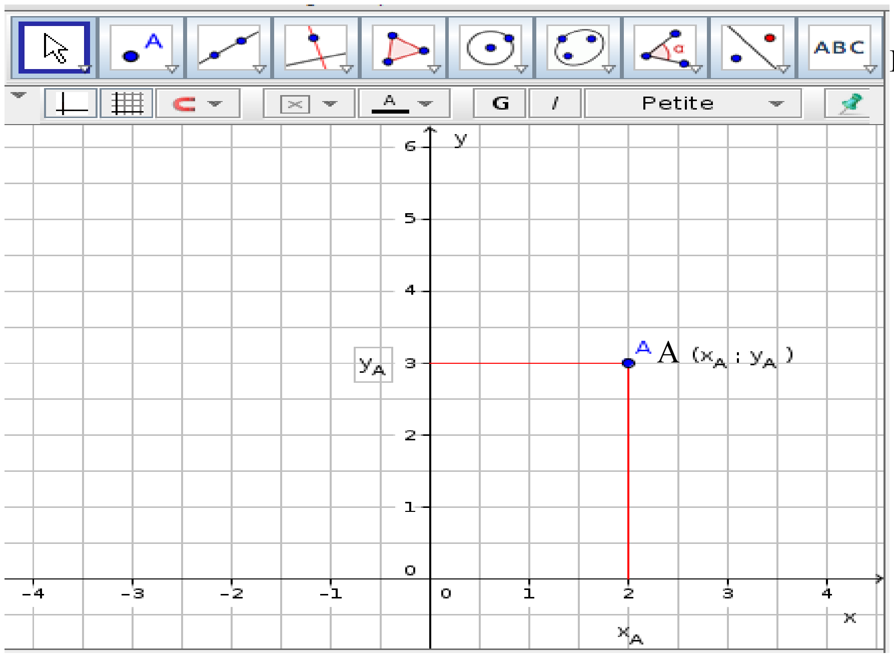
Du plan vers l'espace
Comment se repérer dans l'espace

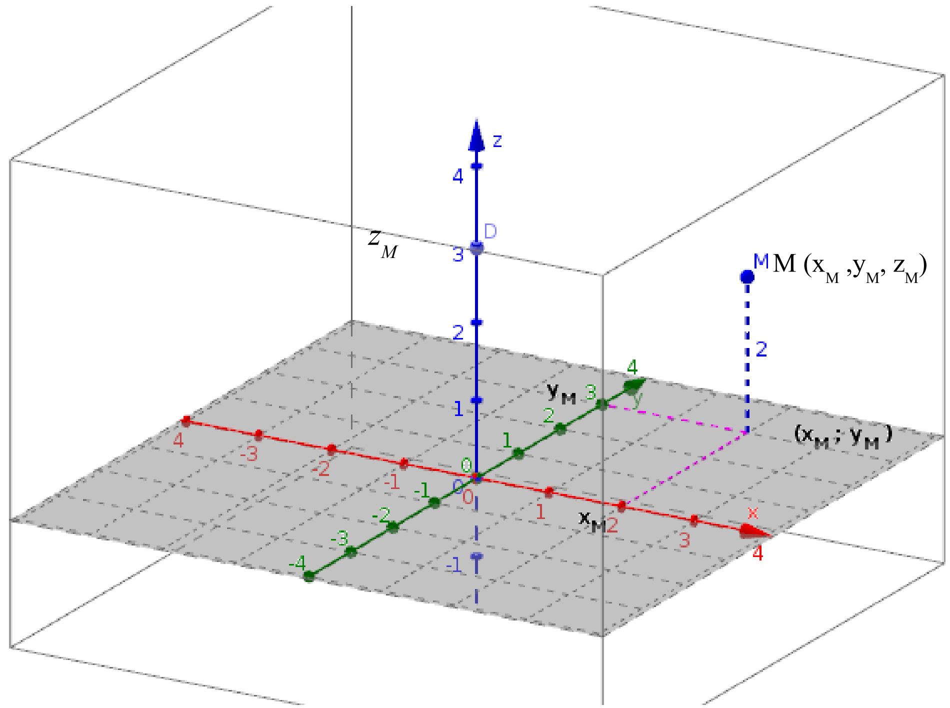
1 Le point



Les coordonnées d'un point peuvent être en colonne ou en ligne :

$A\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ ou $A\,(x_A\,,\,y_A)$

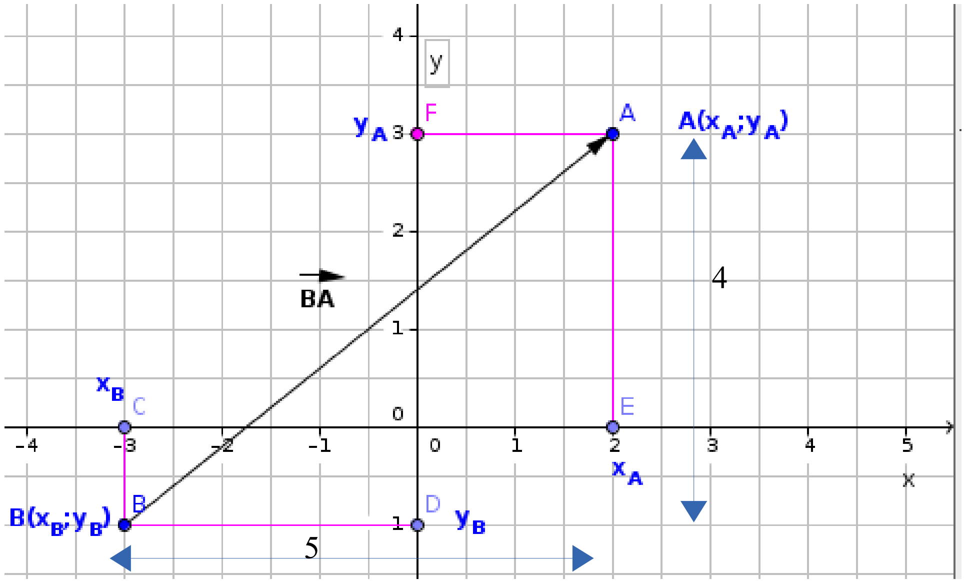
$A\begin{pmatrix} \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \end{pmatrix}$ ou $A\,(\ldots\ldots,\ldots\ldots)$



Les coordonnées d'un point peuvent être en colonne ou en ligne :

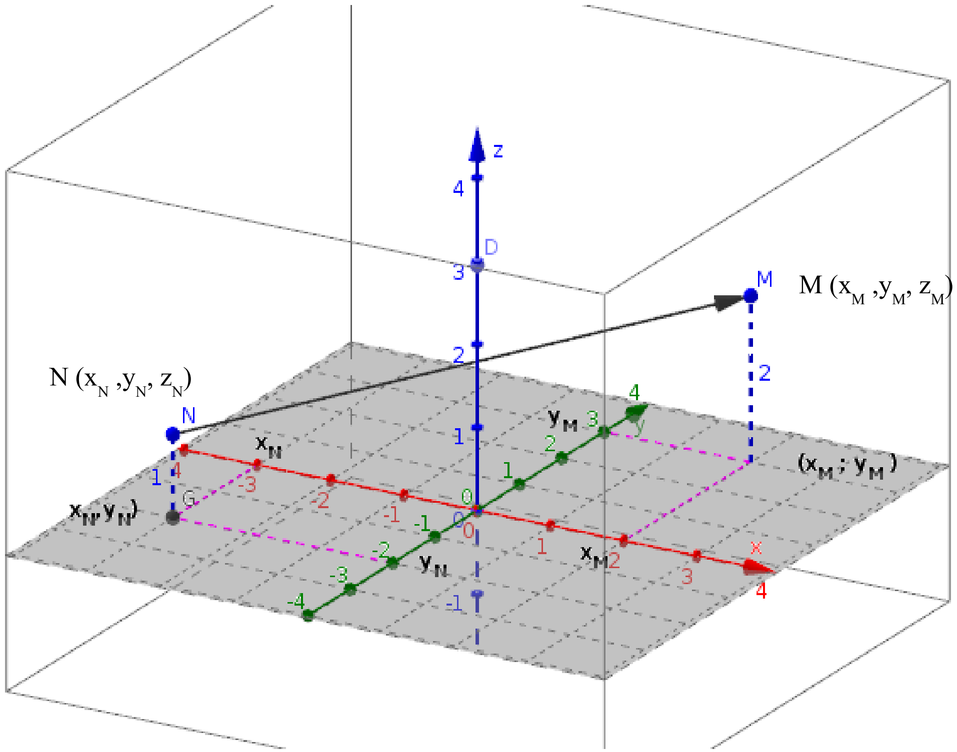
M $\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}$ ou $M\,(x_M\,,\,y_M\,,\,z_M)$ $M\begin{pmatrix} \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \end{pmatrix}$

II Les vecteurs



$A(x_A\,;y_A)$, $B(x_B\,;y_B)$
A (......;......) , B (...... ;......)

$$\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ....-.... \\ ....-.... \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} .... \\ .... \end{pmatrix}$$

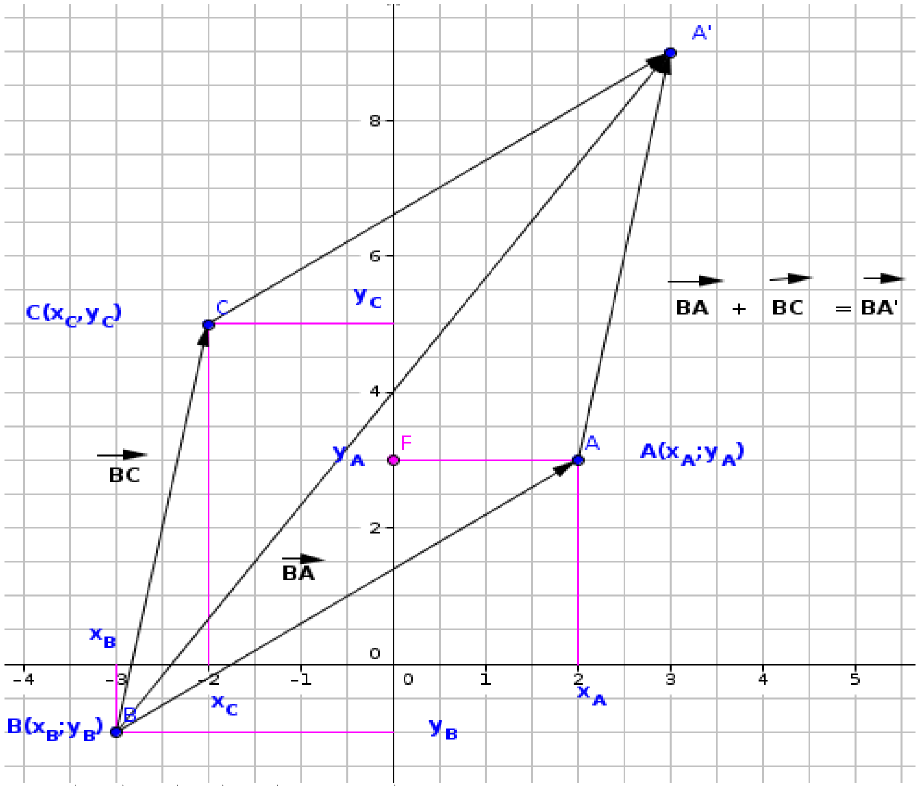


$M(x_M, y_M, z_M)$ et $N(x_N, y_N, z_N)$

M(.... , ... , ...) et N(.... , ... , ...)

$$\overrightarrow{NM} = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \\ z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_M - x_N \\ y_M - y_N \\ z_M - z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} .... - .... \\ .... - .... \\ .... - .... \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} .... \\ .... \\ .... \end{pmatrix}$$

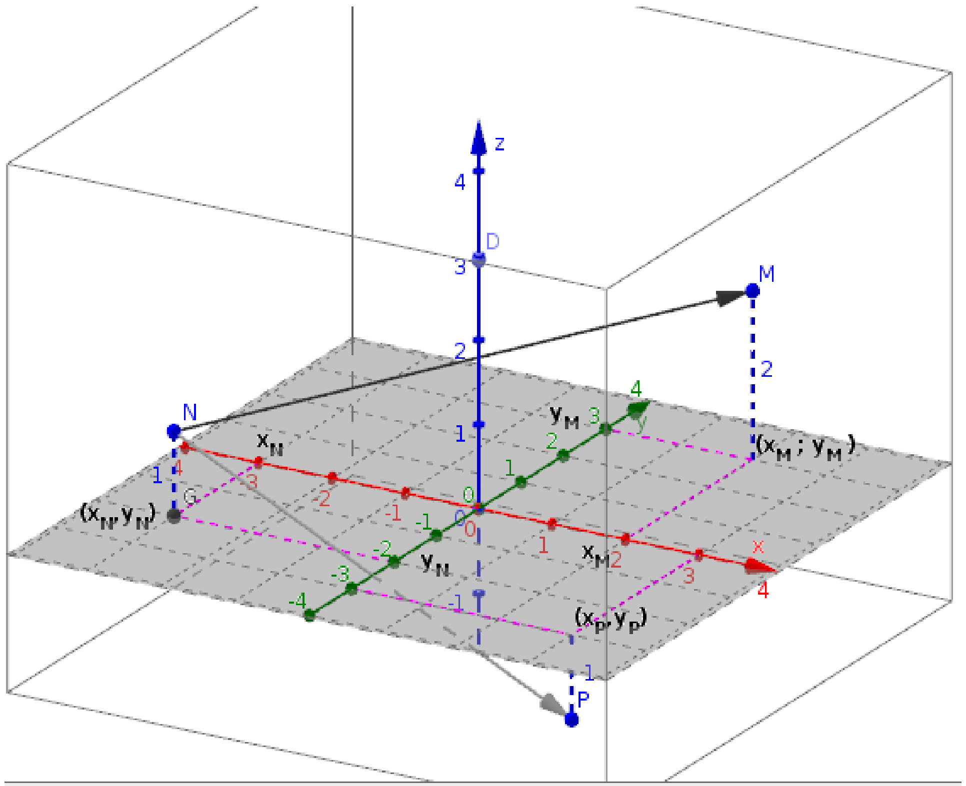
III Somme de vecteur



$$\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$



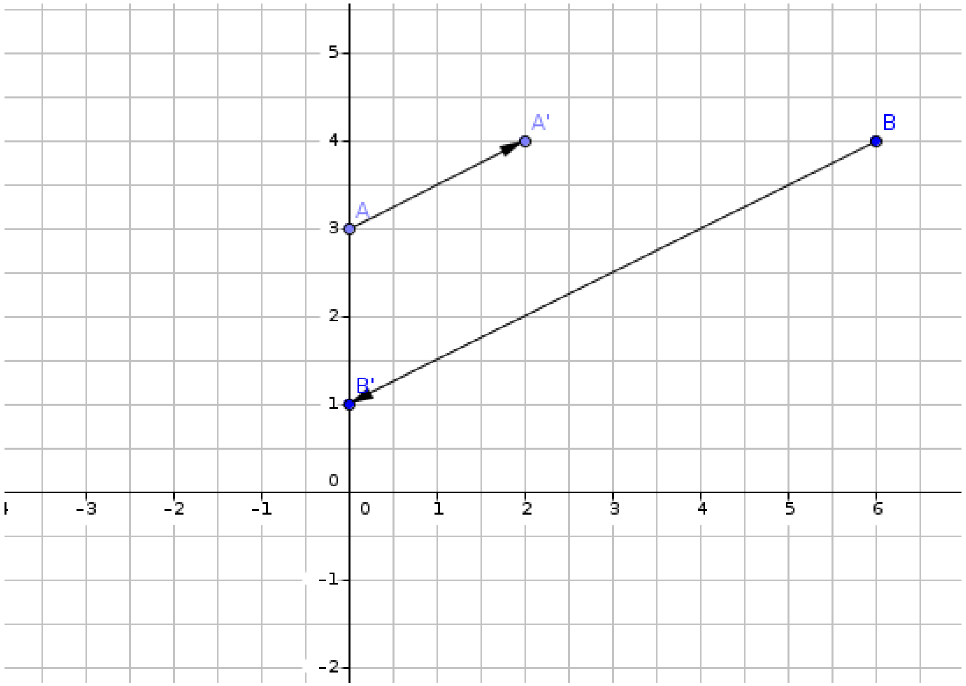
$$\overrightarrow{NM} = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \\ z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_M - x_N \\ y_M - y_N \\ z_M - z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

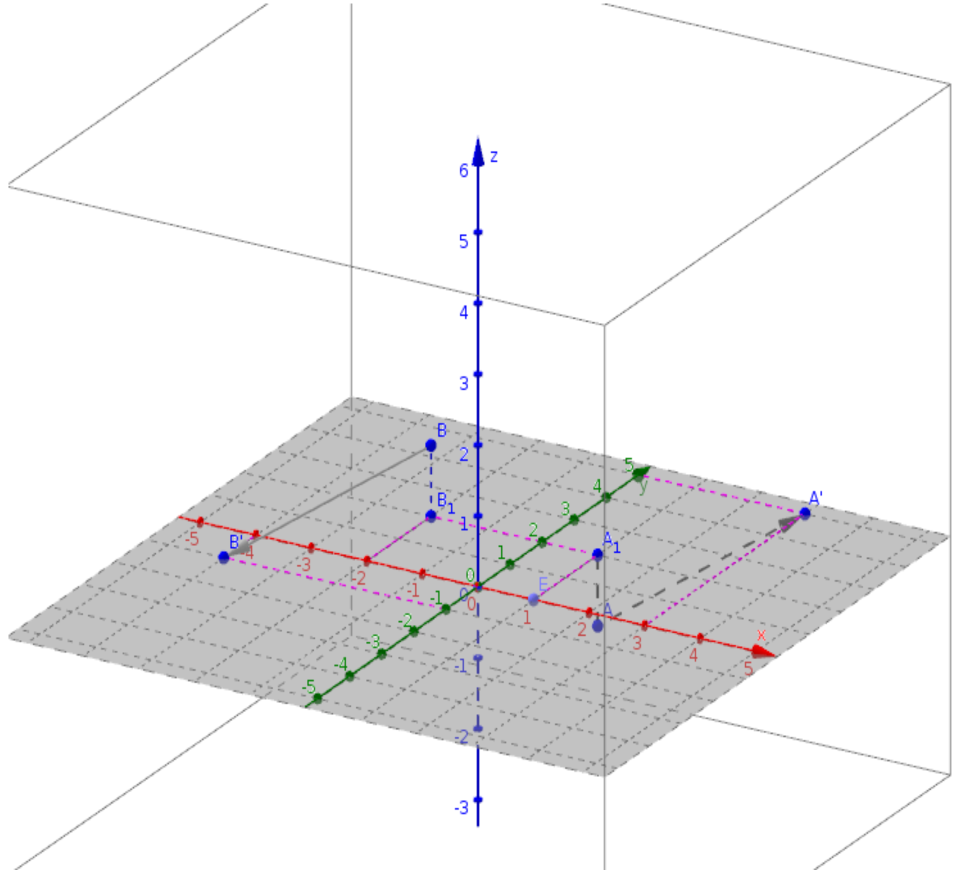
$$\overrightarrow{NP} = \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \\ z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_P - x_N \\ y_P - y_N \\ z_P - z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} = ..$

IV Vecteurs Colinéaires

Deux vecteurs sont colinéaires si ils sont parallèles.





Les coordonnée du vecteur $\overrightarrow{AA'}$ sont : $\overrightarrow{AA'} = \begin{pmatrix} \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \end{pmatrix}$

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BB'}$ 'sont : $\overrightarrow{BB'} = \begin{pmatrix} \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \end{pmatrix}$

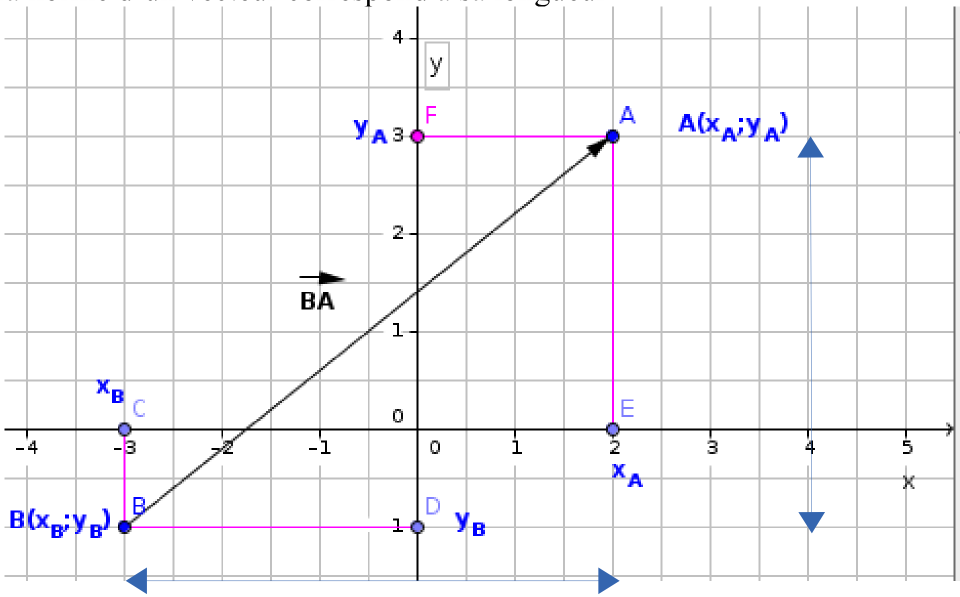
les deux vecteurs sont parallèles, il existe un nombre k qui permet de passe de $\overrightarrow{AA'}$ à $\overrightarrow{BB'}$ ici k = …...

Les vecteurs $\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{AA'}$ paraissent parallèle.
Vérifier par calcul qu'ils sont bien colinéaires.

B(. . . . . . ; . . . . . . ; . . . . . .) ; B'(. . . . . . ; . . . . . . ; . . . . . .) ;
et A(. . . . . . ; . . . . . . ; . . . . . .) ;, A'(. . . . . . ; . . . . . . ; . . . . . .) ;

V Norme d'un vecteur

La norme d'un vecteur correspond à sa longueur



$\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} = = \begin{pmatrix} (\ldots\ldots;\ldots\ldots;\ldots\ldots); \\ (\ldots\ldots;\ldots\ldots;\ldots\ldots); \end{pmatrix}$;

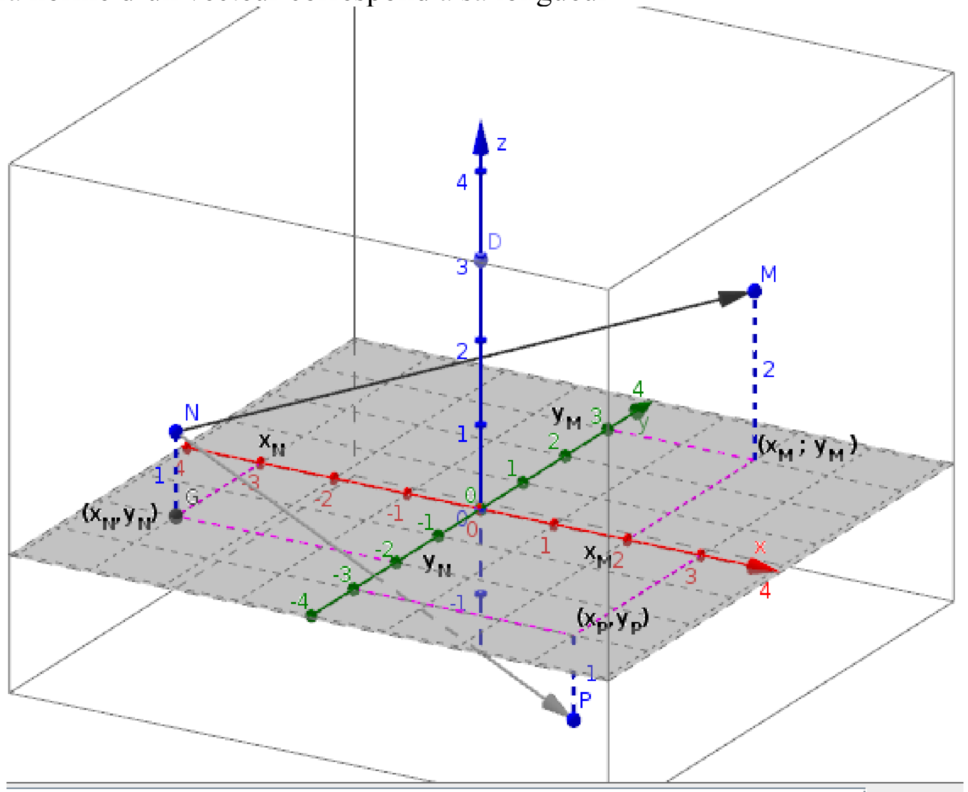
$\|\overrightarrow{BA}\| =$

$\sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(\ldots\ldots - \ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots - \ldots\ldots)^2} = \sqrt{(\ldots\ldots - \ldots\ldots)^2}$;

la distance BA:

BA = $\|\overrightarrow{BA}\|$

La norme d'un vecteur correspond à sa longueur



$\overrightarrow{NM} = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \\ z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_M - x_N \\ y_M - y_N \\ z_M - z_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ldots\ldots - \ldots\ldots \\ \ldots\ldots - \ldots\ldots \\ \ldots\ldots - \ldots\ldots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \end{pmatrix}$

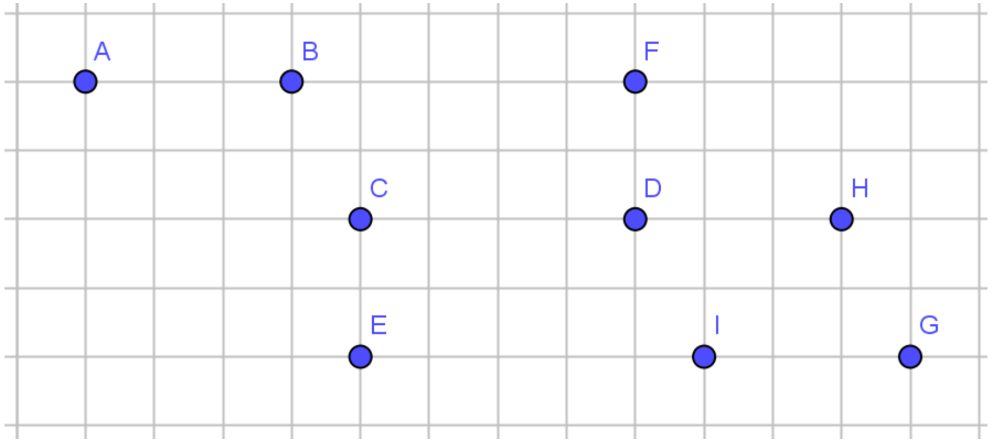
$\|\overrightarrow{NM}\| = \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2 + (z_M - z_N)^2}$

$\|\overrightarrow{NM}\| = \sqrt{(\ldots\ldots - \ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots - \ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots - \ldots\ldots)^2}$

$\|\overrightarrow{NM}\| = \sqrt{(\ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots)^2} = \sqrt{\ldots\ldots}$

La distance MN : MN= $\|\overrightarrow{NM}\|$

Application 1

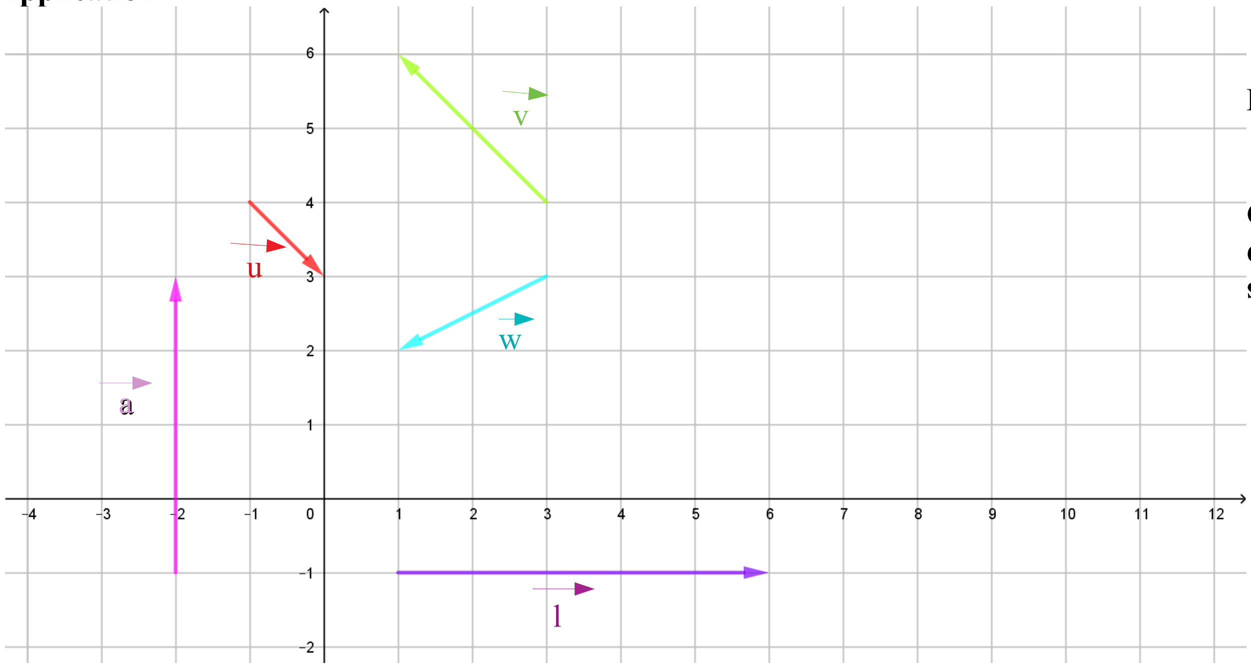


Compléter les égalités suivantes :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\dots F}$; $\overrightarrow{B\dots} = \overrightarrow{FG}$; $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{D\dots}$;

$\overrightarrow{GF} = -\,\overrightarrow{\dots C}$; $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{\dots L}$; $\overrightarrow{GL} = \overrightarrow{\dots D}$

Application 2



Donner les coordonnées des vecteurs :
$\vec{a}$; $\vec{u}$; $\vec{v}$; $\vec{w}$ *et* $\vec{l}$

Calculer les coordonnées des vecteurs suivants et donner une représentant possible de ces vecteurs suivants :

$\vec{w} + \vec{v} =$

$\vec{u} + \vec{l} =$

$\vec{v} - \vec{a} =$

20 Le plan est rapporté à un repère $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(-1;0)$, $B(2;-3)$, $C(0;1)$ et $D(2;3)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.

2. Calculer les coordonnées de $\vec{u} = -2\overrightarrow{AB}$.

3. Calculer les coordonnées de $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

4. Calculer les coordonnées de $\vec{w} = -2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$.

21 Le plan est rapporté à un repère $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne :
$A(2;-1)$, $B(1;1)$, $C(-2;3)$ et $M(x;y)$.
Déterminer les coordonnées du point M défini par $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

22 Le plan est rapporté à un repère $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(3;-1)$ et $B(4;5)$.

1. Déterminer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$.

2. Que peut-on dire des points A, B et C ?

23 Le plan est rapporté à un repère $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(-1;-2)$, $B(0;-3)$ et $C(-1;0)$.
Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BC}$, $2\overrightarrow{CA}$ et $-3\overrightarrow{AB}$.

24 Le plan est rapporté à un repère $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$.
On donne : $A(1;-1)$, $B(2;-1)$ et $C(-3;2)$.
Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{BC}$, $-\overrightarrow{CA}$ et $3\overrightarrow{AB}$.