

Phase 2

Résolution de la situation problème

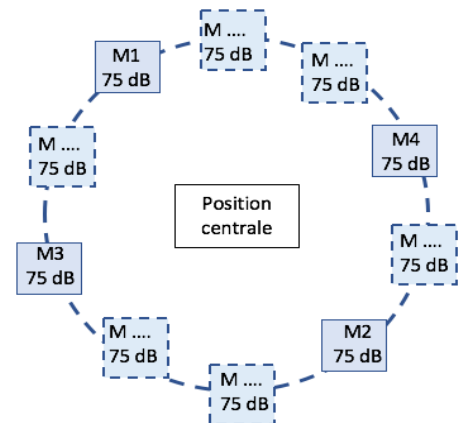
Dans une entreprise de confection, un chef d'atelier souhaite créer une unité de production.

Pour déterminer le nombre de machines à coudre qui constitueront l'unité de production, il doit se préoccuper du bruit subi par les ouvriers.

Pour mener son étude, il prend comme référence la position centrale indiquée sur le schéma ci-contre.

Rappel des données :
















Le niveau sonore moyen d'une machine à coudre est de 75 dB. L'unité de production ne doit pas dépasser au total un niveau sonore de 85 dB, considéré comme seuil de danger.



Problématique :

Quel est le nombre maximum de machines à coudre pour constituer une unité de production sans dépasser le seuil de danger ?

Sur Internet, un site scientifiquement reconnu donne les informations suivantes :

Niveau sonore (en dB) produit en fonction du nombre de machines fonctionnant en même temps		
Nombre de machines (x)		Niveau sonore (en dB) (L)
1		75 dB
2	 	78 dB
3	  	80 dB
4	   	81 dB
5	    	82 dB

Document

Le chef d'atelier pense que le niveau sonore L en fonction du nombre x de machines fonctionnant en même temps est une situation logarithmique autrement dit peut se modéliser par une fonction du type $x \mapsto a \log(x) + b$.

Quelle méthode pourrait-il employer pour vérifier cette hypothèse ?

(On ne demande pas de réaliser la méthode choisie)

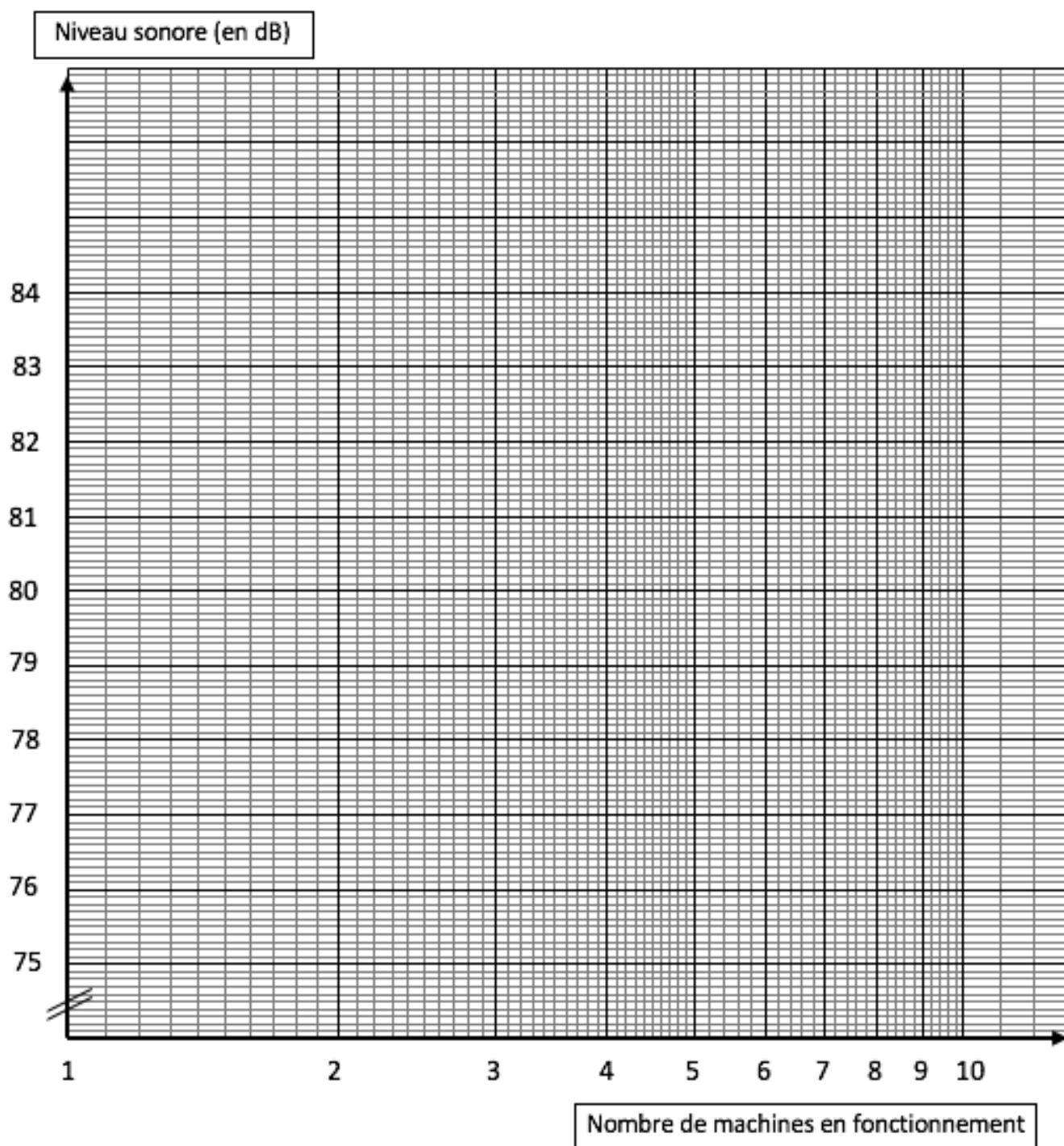


Appel du professeur : Présenter la méthode choisie et demander la suite du « travail à faire »

TRAVAIL A FAIRE

Partie 1 : Utilisation d'un repère semi-logarithmique

1. Dans le plan rapporté au repère semi-logarithmique fourni, placer les points de coordonnées (Nombre de machines ; Niveau sonore) donnés dans le document de la page précédente.



2. Que peut-on dire des points placés dans le repère semi-logarithmique précédent?

.....

3. En déduire le modèle mathématique qui semble correspondre au niveau sonore en fonction du nombre de machines :

- ☐ modèle affine
- ☐ modèle parabolique
- ☐ modèle logarithmique

Justifier le choix réalisé.

.....

.....

Partie 2 : Utilisation de la fonction logarithme décimal

1. Ouvrir le fichier « Niveau_sonore.ggb ».

2. À l'aide des curseurs a et b , choisir la courbe qui passe au plus près des points placés.

$a = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$

3. Écrire l'expression correspondante de la fonction mathématique f définie sur l'intervalle $[1; 10]$ trouvée.

$f(x) = \dots\dots\dots$

4. Compléter sur l'intervalle $[1; 10]$ le tableau de variation de la fonction définie à la question précédente.

x	1	10
f		

Partie 3 : Utilisation des propriétés opératoires de la fonction logarithme décimal.

Le niveau sonore L (en dB) correspondant au fonctionnement d'une machine se calcule en fonction de l'intensité sonore I du son émis par cette machine à l'aide de la relation suivante :

$$L = 10 \log I + 120 \quad \left\{ \begin{array}{l} L : \text{niveau sonore exprimé en décibel (dB)} \\ I : \text{intensité sonore exprimée en watt par m}^2 (W/m^2) \end{array} \right.$$

1. Dans la colonne « Expression de L_2 » du tableau suivant, on a exprimé L_2 , le niveau sonore exprimé en décibel dB, de 2 machines identiques, d'intensité sonore I , fonctionnant en même temps.

1.1. Compléter les justifications données dans la colonne « Justifications ».

Expression de L_2	Justifications
$L_2 = 10 \log(2 \times I) + 120$	S'il y a 2 machines, l'intensité sonore est doublée ($2 \times I$)
$\log(2 \times I) = \log 2 + \log I$	Indiquer la propriété algébrique des logarithmes décimaux utilisée :
$L_2 = 10 (\log 2 + \log I) + 120$	
$L_2 = 10 \log 2 + (10 \log I + 120)$	
$L_2 = 10 \log 2 + L$	

1.2. Réécrire la formule ci-dessus dans le cas de deux machines à coudre de 75 dB fonctionnant en même temps :

2. L_3 représente le niveau sonore exprimé en décibel dB, de 3 machines identiques, d'intensité sonore I , fonctionnant en même temps. Avec 3 machines, l'intensité sonore est triplée ($3 \times I$).

2.1. Compléter les égalités suivantes donnant l'expression de L_3 .

$$L_3 = 10 \log(\dots) + 120$$

$$\log(3 \times I) = \log(\dots) + \log I$$

$$L_3 = 10 (\log(\dots) + \log I) + 120$$

$$L_3 = 10 \log(\dots) + (10 \log I + 120)$$

$$\mathbf{L_3 = 10 \log(\dots) + L}$$

2.2. Réécrire la formule ci-dessus dans le cas de trois machines à coudre de 75 dB fonctionnant en même temps :

3. On admet que lorsque n machines identiques d'intensité sonore I fonctionnent en même temps, l'intensité sonore est multipliée par n . À l'aide d'une conjecture, compléter la formule suivante où :

- L est le niveau sonore d'une machine exprimé en dB,
- n est le nombre de machines identiques,
- L_n est le niveau sonore exprimé en dB des n machines fonctionnant en même temps.

$$L_n = 10 \log(\dots) + L$$

4. Réécrire cette formule lorsque n machines identiques de niveau sonore de 75 dB fonctionnent en même temps :

5. Cette formule valide-t-elle l'expression de la fonction mathématique f obtenue dans la partie 2 ?

.....

Partie 4 : Résolution de la situation problème

1. Méthode graphique :

A l'aide d'une représentation graphique (partie 1 ou partie 2), déterminer le nombre maximum de machines à coudre de niveau sonore de 75dB pour constituer une unité de production sans dépasser le seuil de danger ($L_n = 85$ dB) ?

On décrira la méthode mise en œuvre.

.....

2. Méthode algébrique :

On admet que déterminer le nombre maximum de machines à coudre de niveau sonore de 75dB pour constituer une unité de production sans dépasser le seuil de danger ($L_n=85$ dB) revient à résoudre l'équation suivante :

$$10 \log(x) + 75 = 85$$

2.1 Montrer que l'équation $10 \log(x) + 75 = 85$ peut s'écrire $\log(x) = 1$

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 Résoudre $10 \log(x) + 75 = 85$

On rappelle que :

x	1	10	10^2	10^3	10^4
$\log x$	0	1	2	3	4

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 En déduire le nombre maximum de machines à coudre de niveau sonore de 75dB pour constituer une unité de production sans dépasser le seuil de danger ($L_n=85$ dB). Comparer avec le résultat obtenu graphiquement.

.....

.....

.....

.....

.....