

Phase 1

Activité 3 Utilisation des propriétés opératoires de la fonction logarithme décimal

Objectif :

- Utiliser les propriétés opératoires de la fonction logarithme décimal

Partie 1 : L'invention des logarithmes

1. En 1615, un scientifique anglais nommé Henry Briggs propose de créer une table, basée sur le calcul des puissances de 10.

À chaque puissance de 10, il associe son exposant qu'il note grâce à un symbole : log.

Puissance de 10	Logarithme
$10^0 = 1$	0
$10^1 = 10$	1
$10^2 = 100$	2
$10^3 = 1\ 000$	3
$10^4 = 10\ 000$	4
$10^5 = 100\ 000$	5
$10^6 = 1\ 000\ 000$	6

Il écrit ainsi :

$$\log(10^0) = 0$$

$$\log(10^1) = 1$$

$$\log(10^2) = 2$$

$$\log(10^3) = 3$$

$$\log(10^4) = 4$$

$$\log(10^5) = 5$$

etc.

Le logarithme décimal était presque né.

Compléter les égalités suivantes :

$$\log(10^7) = \dots\dots \quad \log(10^{12}) = \dots\dots \quad \log(10^{\dots}) = 25$$

JE RETIENS

Pour tout nombre réel x , on peut écrire : **$\log(10^x) = x$**

2. Aujourd'hui, pour obtenir le logarithme décimal de **n'importe quel nombre réel strictement**

positif, il suffit d'utiliser la touche  de la calculatrice.

Vérifier les exemples suivants :

$$\begin{aligned}\log(12) &= 1,079\ 181\ 246 \\ \log(0,5) &= -0,301\ 029\ 995\ 7\end{aligned}$$

Partie 2 : Les propriétés des logarithmes

1. Transformer une multiplication en addition

1.1. Visionner la vidéo [Proprietes-logarithme-1.mp4](https://drive.google.com/open?id=1EyiEwt4jtiJWRC1CaFaKRvwrEc7l4B8S).

<https://drive.google.com/open?id=1EyiEwt4jtiJWRC1CaFaKRvwrEc7l4B8S>



1.2. À l'aide de la calculatrice, compléter les égalités dans chacun des cas suivants (Arrondir les résultats à 0,001 près) :

Cas 1	
log(10) =	$10 \times 100\,000 = 1\,000\,000$
log(100 000) =	log(1 000 000) =
log(10) + log(100 000) =	
On a vérifié : $\log(10 \times 100\,000) = \log(10) + \log(100\,000)$	

Cas 2	
log(8) =	$8 \times 45 = 360$
log(45) =	log(360) =
log(8) + log(45) =	
On a vérifié : $\log(8 \times 45) = \log(8) + \log(45)$	

Cas 3	
log(15) =	$15 \times 0,02 = 0,3$
log(0,02) =	log(0,3) =
log(15) + log(0,02) =	
On a vérifié : $\log(15 \times 0,02) = \log(15) + \log(0,02)$	

1.3. Quelle conjecture peut-on faire ? (Compléter l'égalité suivante)

JE RETIENS

Pour deux réels a et b strictement positifs,

$$\log(a \times b) = \dots\dots\dots$$

Une fonction logarithme transforme une multiplication en addition.

2. Transformer une division en soustraction.

2.1. À l'aide de la calculatrice, compléter les égalités dans chacun des cas suivants (Arrondir les résultats à 0,001 près) :

Cas 1	
log(100 000) =	$\frac{100\,000}{10} = 10\,000$
log(10) =	log(10 000) =
log(100 000) - log(10) =	
On a vérifié : $\log\left(\frac{100\,000}{10}\right) = \log(10\,000) - \log(10)$	

Cas 2	
$\log(14) = \dots\dots\dots$	$\frac{14}{25} = 0,56$
$\log(25) = \dots\dots\dots$	$\log(0,56) = \dots\dots\dots$
$\log(14) - \log(25) = \dots\dots\dots$	
On a vérifié :	
$\log\left(\frac{14}{25}\right) = \log(14) - \log(25)$	

2.2. Quelle conjecture peut-on faire ? (Compléter l'égalité suivante)

JE RETIENS

Pour deux réels a et b strictement positifs,

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \dots\dots\dots$$

Une fonction logarithme transforme une division en soustraction.

3. Cas particulier des puissances

3.1. Visionner la vidéo [Proprietes-logarithme-2.mp4](https://drive.google.com/open?id=1b72a4eO9IIGLuKgidkbOqXdanf6Z632r).



<https://drive.google.com/open?id=1b72a4eO9IIGLuKgidkbOqXdanf6Z632r>

3.2. Compléter les égalités suivantes :

$$\log(3^8) = \dots \times \log(3)$$

$$\log(17^5) = 5 \times \log(\dots)$$

$$\log(21^{-6}) = \dots \times \log(\dots)$$

$$\log(\dots^{-12}) = \dots \times \log(\dots)$$

3.3. Quelle conjecture peut-on faire ? (Compléter l'égalité suivante)

JE RETIENS

Pour a un nombre réel strictement positif et n un nombre entier relatif :

$$\log(a^n) = \dots\dots\dots$$

Partie 3 : Synthèse – Qu'avez-vous retenu de la séance ?

① Le logarithme transforme la multiplication en addition :

On admet que pour a et b , deux nombres réels strictement positifs :

$$\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$$

Donner deux exemples d'application de cette propriété :

.....
.....

② Le logarithme transforme la division en soustraction :

On admet que pour a et b , deux nombres réels strictement positifs:

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$$

Donner deux exemples d'application de cette propriété :

.....
.....

③ Le cas particulier des puissances :

On admet que pour a un nombre réel strictement positif et n un nombre entier relatif :

$$\log(a^n) = n \times \log(a)$$

Donner deux exemples d'application de cette propriété :

.....
.....

Partie 4 : Application

POUR CEUX QUI AURAIENT TERMINÉ OU EN TRAVAIL PERSONNEL HORS DE LA SÉANCE DE COURS.

Le but de cette partie est d'obtenir, **sans utiliser la touche $\boxed{\log}$ de la calculatrice**, les logarithmes des 16 premiers nombres entiers.

On donne :

$\log(1) = 0$	$\log(2) = 0,301$	$\log(3) = 0,477$	$\log(5) = 0,699$
$\log(7) = 0,845$	$\log(11) = 1,041$	$\log(13) = 1,114$	

1. Connaissant $\log(2)$ et en appliquant les propriétés du \log , **en déduire** $\log(4)$, $\log(8)$ et $\log(16)$.

$4 = 2^2$	donc	$\log(4) = \dots \times \log(2) = \dots$
$8 = 2^3$	donc	$\log(8) = \dots \times \log(2) = \dots$
$16 = 2^4$	donc	$\log(16) = \dots \times \log(2) = \dots$

2. Connaissant $\log(3)$, **en déduire** $\log(9)$.

.....

3. Connaissant $\log(2)$ et $\log(3)$, **en déduire** $\log(6)$.

$6 = 3 \times 2$	donc	$\log(6) = \log(\dots \times \dots) = \log(\dots) + \log(2) = \dots$
------------------	------	--

4. Connaissant $\log(2)$ et $\log(5)$, **en déduire** $\log(10)$.

$$10 = 5 \times 2 \quad \text{donc} \quad \log(10) = \log(\dots \times \dots) = \log(\dots) + \log(2) = \dots$$

5. Déduire les logarithmes manquants.

$$\log(12) = \log(\dots) + \log(\dots) = \dots$$

$$\log(14) = \log(\dots) + \log(\dots) = \dots$$

$$\log(15) = \log(\dots) + \log(\dots) = \dots$$

6. Comparer vos résultats avec ceux donnés par la calculatrice.

x	2	3	4	5	6
$\log(x)$	0,301 030	0,477 121	0,602 060	0,698 970	0,778 151

x	7	8	9	10	11
$\log(x)$	0,845 098	0,903 090	0,954 243	1	1,041 393

x	12	13	14	15	16
$\log(x)$	1,079 181	1,113 943	1,146 128	1,176 091	1,204 120

Les calculs effectués semblent-ils satisfaisants ?

.....

