


**Objectifs :**

- Représenter graphiquement la fonction logarithme décimal sur un intervalle donné
- Étudier les variations de la fonction logarithme décimal sur un intervalle donné

**Partie 1 : Découvrir la fonction logarithme décimal log**

1. À l'aide de la calculatrice et de la touche  effectuer les calculs suivants :

$$\log(0,1) = \dots\dots\dots \quad \log(1) = \dots\dots\dots \quad \log(10) = \dots\dots\dots \quad \log(100) = \dots\dots\dots \quad \log(1\,000) = \dots\dots\dots$$

2. Peut-on calculer les valeurs suivantes :  $\log(-10)$ ,  $\log(-5)$ ,  $\log(0)$  ?

.....

3. À partir des calculs précédents peut-on deviner pour quelles valeurs de  $x$  la fonction logarithme décimal « **log** » semble définie (une seule réponse est exacte) ?

☐ Pour  $x \in [0 ; +\infty[$     ☐ Pour  $x \in ]0 ; +\infty[$     ☐ Pour  $x \in ]-\infty ; 0[$     ☐ Pour  $x \in ]0 ; 1[$

4. Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \log(x)$  sur l'intervalle  $[0,1 ; 5000]$ .

4.1. Ouvrir le logiciel GeoGebra.

4.2. Taper dans la barre de saisie : **f(x)=Fonction(log10(x),0.1,5000)** de manière à faire afficher la courbe représentative de la fonction  $f$ .

4.3. À l'aide de la représentation graphique obtenue, compléter le tableau de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0,1 ; 5000]$ .

|     |  |
|-----|--|
| $x$ |  |
| $f$ |  |

4.4. On peut déduire de ce tableau que sur l'intervalle  $[0,1 ; 5000]$ , pour  $a$  un réel donné, l'équation  $\log(x) = a$  admet :

☐ aucune solution    ☐ une seule solution    ☐ plusieurs solutions.

4.5. Associer par une flèche les propositions des deux colonnes suivantes.

|                      |   |   |                       |
|----------------------|---|---|-----------------------|
| $\log(x) < 0$        | ● | ● | $x \in ]1 ; +\infty[$ |
| $\log(x) = 0$        | ● | ● | $x \in ]0 ; 1[$       |
| $\log(x) > 0$        | ● | ● | $x = 1$               |
| $\log(x)$ non défini | ● | ● | $x \in ]-\infty ; 0]$ |

## Partie 2 : Synthèse - Qu'avez-vous retenu de la séance ?

On considère la fonction  $f$  d'expression  $f(x) = \log(x)$

① Intervalle de définition :

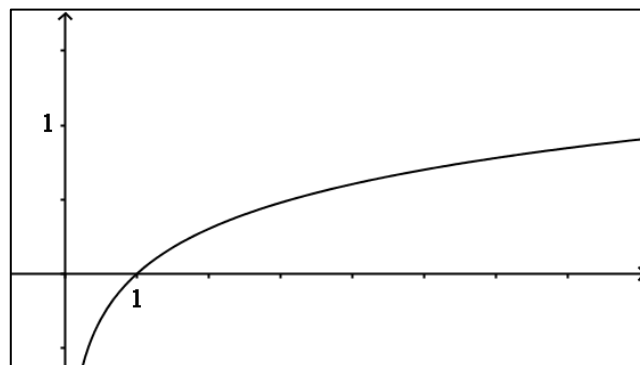
Elle est définie sur l'intervalle .....

② Variations :

Elle est strictement ..... sur cet intervalle.

Pour  $a$  un réel donné, l'équation  $\log(x) = a$

admet une seule solution qui appartient à l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ .



③ L'allure de la courbe représentant la fonction logarithme décimal est donnée ci-dessus :

Elle est strictement positive sur l'intervalle .....

Elle est nulle en  $x = \dots$

Elle est strictement négative sur l'intervalle .....

## Partie 3 : Application - Modéliser un nuage de points à l'aide d'une fonction logarithme décimal

Pour améliorer l'acoustique d'un réfectoire, on pose des dalles absorbantes au plafond. Le coefficient d'absorption  $\alpha$  du matériau utilisé varie avec la fréquence du son émis (en hertz).

Une série de mesures a permis d'établir le tableau de valeurs suivant :

|                      | A    | B    | C    | D    | E    |
|----------------------|------|------|------|------|------|
| Fréquence (Hz)       | 250  | 500  | 2000 | 3000 | 4000 |
| Coefficient $\alpha$ | 0,66 | 0,75 | 0,91 | 0,97 | 0,99 |

1. Ouvrir le fichier GeoGebra "**Bruit.ggb**".

1.1. Sélectionner la plage de cellules A1 : B5 apparaissant dans le tableur, et par un clic droit, créer une liste de points pour placer ces points.

1.2. À l'aide des curseurs «  $a$  » et «  $b$  », choisir la courbe qui passe au plus près des cinq points placés.

1.3. Relever les valeurs de «  $a$  » et «  $b$  ».  $a = \dots\dots\dots$   $b = \dots\dots\dots$

2. On admet que l'expression de la fonction  $f$  obtenue, définie sur l'intervalle  $[0,1 ; 5000]$  peut alors s'écrire sous la forme :

$$f(x) = a \times \log(x) + b$$

2.1. Ecrire l'expression  $f(x)$  avec les valeurs des coefficients «  $a$  » et «  $b$  » relevés à la question 1.3.

$$f(x) = \dots\dots\dots$$

2.2. Que peut-on dire des variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0,1 ; 5000]$  ?


.....  
.....

3. L'entreprise qui va réaliser les travaux propose des dalles dans un matériau qui a un coefficient d'absorption de 0,83 dans les conditions d'utilisation.

On veut déterminer la fréquence, en Hertz, du son émis correspondant à ce coefficient en utilisant la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0,1 ; 5000]$  par  $f(x) = 0,266 \log(x) + 0,032$ .

3.1. Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0,83$ .

.....  
.....

3.2. Sans utiliser la touche  de la calculatrice, vérifier par le calcul que la solution de l'équation est  $x = 1000$  en détaillant les étapes. On pourra s'aider des résultats obtenus à la question 1.

.....  
.....  
.....  
.....