

Activité 1 :

« Étude du sens de variation d'une fonction dérivable à l'aide de sa fonction dérivée »

Vous allez apprendre à déterminer le sens de variation d'une fonction dérivable à l'aide de sa dérivée. Pour cela, réaliser les différentes activités ci-dessous qui sont relatives à deux exemples de fonctions polynomiales, une de degré 2 et l'autre de degré 3.

❶ Premier exemple :

Quel est le sens de variation de la fonction f d'expression $f(x) = x^2 + 4x + 1$ sur l'intervalle $[-4 ; 1]$?

- a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée de f : $f'(x) = \dots\dots\dots$ (voir formulaire des dérivées usuelles à la fin du document).
- b. Ouvrir le fichier « variation_1 ». Dans ce fichier, la fonction f et sa fonction dérivée f' sont représentées.
- c. Le curseur « abscisse » permet de déplacer les points M et N qui ont la même abscisse.
Le point M est sur la courbe représentative de la fonction dérivée f' .
Le point N est sur la courbe représentative de la fonction f .
 - En bougeant le curseur, on peut observer l'ordonnée du point M pour connaître le signe de la dérivée f' aux abscisses considérées.

Compléter le tableau suivant avec le signe « + » ou « - » :

x	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1
Signe de $f'(x)$											

- En déplaçant le point N sur la courbe représentative de la fonction f , on peut conjecturer sur quels intervalles la fonction f est croissante ou décroissante. Compléter les phrases :
Sur l'intervalle $[-4 ; \dots]$, la fonction f est
Sur l'intervalle $[\dots ; 1]$, la fonction f est

d. Compléter le tableau de variation de la fonction f :

x	- 4	1
Signe de $f'(x)$
Variations de la fonction f			

e. Quel lien semble-t-il y avoir entre le signe de la dérivée d'une fonction sur un intervalle et le sens de variation de la fonction sur cet intervalle ?

Lorsque la dérivée est, la fonction semble

Lorsque la dérivée est, la fonction semble

Réciproquement :

Lorsque la fonction est, la dérivée semble

Lorsque la fonction est, la dérivée semble

② Deuxième exemple :

Quel est le sens de variation de la fonction g d'expression $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ sur l'intervalle $[-1 ; 5]$?

- Déterminer l'expression de la fonction dérivée de g : $g'(x) = \dots\dots\dots$ (voir formulaire des dérivées usuelles à la fin du document).
- Ouvrir le fichier « variation_2 ». Dans ce fichier la fonction g et sa fonction dérivée g' sont représentées.
- Le curseur « abscisse » permet de déplacer les points M et N qui ont la même abscisse.
Le point M est sur la courbe représentative de la fonction dérivée g' .
Le point N est sur la courbe représentative de la fonction g .
 - En bougeant le curseur, on peut observer l'ordonnée du point M pour connaître le signe de la dérivée g' aux abscisses considérées.

Compléter le tableau suivant avec le signe « + » ou « - » :

x	-1	0	1	2	3	4	5
Signe de $g'(x)$							

- En déplaçant le point N sur la courbe représentative de la fonction g , indiquer sur quel intervalle la fonction g est croissante et sur quel intervalle la fonction g est décroissante :

Faire des phrases de la forme : « La fonction g est sur l'intervalle $[... ; ...]$ »

.....

- Compléter le tableau de variation de la fonction g :

x	-1	5
Signe de $g'(x)$		
Variations de la fonction g		

- Le lien établi dans le premier exemple est-il toujours valable dans ce deuxième exemple ?

.....

Plus généralement, on admet et on retient que, pour une fonction f dérivable :

Quand la dérivée f' est positive sur un intervalle $[a ; b]$, la fonction f est sur le même intervalle et réciproquement.

Quand la dérivée f' est négative sur un intervalle $[a ; b]$, la fonction f est sur le même intervalle et réciproquement.

Fiche de synthèse :

Compléter la fiche de synthèse présentant l'étude du sens de variation d'une fonction dérivable à l'aide de sa fonction dérivée en plusieurs étapes.

Fiche synthèse

« Étude du sens de variation d'une fonction dérivable à l'aide de sa fonction dérivée »

À Compléter :

Pour déterminer le sens de variation d'une fonction f dérivable sur un intervalle donné, on peut étudier le de sa fonction dérivée f' sur cet intervalle.

- ① **Étape 1** : Je détermine l'expression de la fonction f' de la fonction f .
- ② **Étape 2** : J'étudie le de la fonction dérivée f' sur l'intervalle d'étude.
- ③ **Étape 3** : Je déduis de l'étude du de la fonction f' les variations de la fonction f sur l'intervalle considéré :
 - si la fonction dérivée est sur un intervalle, je pourrai affirmer que la fonction est sur cet intervalle.
 - si la fonction dérivée est sur un intervalle, je pourrai affirmer que la fonction est sur cet intervalle.
- ④ **Étape 4** : Je résume l'ensemble des informations dans un tableau de variation de la fonction f en suivant les étapes ci-dessous (*numéroter les bulles dans l'ordre, le tableau n'est pas à compléter*) :

N°...
Quelles sont les bornes de l'intervalle d'étude ?

x	
Signe de $f'(x)$	
Variations de la fonction f	

N°...
Quelle est la valeur (ou quelles sont les valeurs) pour laquelle (lesquelles) on a $f'(x) = 0$?

N°...
Quel est le signe de la fonction dérivée ?

N°...
Indiquer : si f est croissante et si f est décroissante
Terminer en notant les valeurs de $f(x)$ aux extrémités des flèches.

Application :

Quel est le sens de variation de la fonction h définie par $h(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ sur $[-3 ; 2]$?

Ouvrir le fichier « variation_3 ». Compléter le tableau de variation de la fonction h et la remarque ci-dessous :

x	- 3	2
Signe de $h'(x)$		
Variations de la fonction h		

Ne pas oublier de noter les valeurs de $h(x)$.

Remarque : La fonction h est toujours sur l'intervalle $[-3 ; 2]$.

Formulaire des dérivées usuelles

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$