

② Deuxième exemple :

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-1 ; 5]$ par : $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

- **Déterminer l'expression de $g'(x)$** (voir formulaire des dérivées usuelles à la fin du document)
 $g'(x) = \dots\dots\dots$

- **Recherche de la (des) solution(s) éventuelle(s) sur l'intervalle $[-1 ; 5]$:**

On résout $g'(x) = 0$ sur l'intervalle $[-1 ; 5]$ qui est une équation du second degré du type
 $ax^2 + bx + c = 0$.

Équation à résoudre : $\dots\dots\dots = 0$

$a = \dots\dots\dots$ $b = \dots\dots\dots$ $c = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

Rappel :

Méthode de résolution d'une équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Si $\Delta > 0$, deux solutions distinctes : $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

Si $\Delta = 0$, deux solutions confondues : $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

Si $\Delta < 0$, aucune solution.

Il y a $\dots\dots\dots$ solutions qui sont $x_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ et $x_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Reporter ces valeurs sur la première ligne, dans le tableau de signes ci-après

Mettre sur la deuxième ligne un 0 sous ces valeurs particulières.

- **Étude du signe de la fonction g' :**

À l'aide du rappel ci-contre,
dét déterminer le signe de la fonction g'
sur l'intervalle $[-1 ; 5]$.

Rappel :

Signe d'un trinôme $T(x) = ax^2 + bx + c$, avec ($a \neq 0$) :

- si $\Delta < 0$, le trinôme est du signe de a ;
- si $\Delta = 0$, le trinôme est du signe de a sauf en $-b/2a$ où il s'annule ;
- si $\Delta > 0$, le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe de $-a$ à l'intérieur des racines.

Les « racines » correspondent
aux solutions de l'équation.

Compléter alors le tableau de signes ci-dessous :

- ✓ écrire un signe « + » dans l'intervalle où la fonction est positive.
- ✓ écrire un signe « - » dans l'intervalle où la fonction est négative.

- **Tableau de signes :**

Valeurs de x	- 1	5
Signe de $g'(x)$

③ Troisième exemple :

On considère la fonction h définie sur l'intervalle $[-3 ; 2]$ par : $h(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
En vous inspirant de l'exemple précédent, établir le tableau de signe de la fonction dérivée h' de la fonction h sur l'intervalle $[-3 ; 2]$.

- $h'(x) = \dots\dots\dots$ (voir formulaire des dérivées usuelles à la fin du document)

- *Équation à résoudre :* $\dots\dots\dots = 0$
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- *Étude du signe de la fonction h' :*
.....
.....

- *Tableau de signes :*

Valeurs de x	
Signe de $h'(x)$	

Fiche de synthèse :

Compléter la fiche de synthèse présentant l'étude du signe d'une fonction dérivée d'une fonction polynomiale de degré inférieur à 3 en plusieurs étapes.

Fiche synthèse
« Étude du signe d'une fonction dérivée
de fonction polynomiale de degré inférieur ou égal à 3 »

À Compléter :

Pour déterminer le signe de la fonction dérivée d'une fonction f (bien respecter l'intervalle donné dans l'énoncé pour les valeurs de x dans le tableau) :

- ① **Étape 1** : Je détermine l'expression de la fonction f' de la fonction f .
 - ② **Étape 2** : Je cherche les valeurs de x appartenant à l'intervalle d'étude qui annulent la fonction dérivée f' :
 - Si f' est une fonction affine, d'expression $f'(x) = ax + b$, on résout l'équation : $ax + b = \dots$
 - Si f' est une fonction du second degré, d'expression $f'(x) = ax^2 + bx + c$, on résout l'équation du second degré : $ax^2 + bx + c = \dots$
 - ③ **Étape 3** : J'étudie le signe de la fonction f' sur l'intervalle d'étude :
 - Si f' est une fonction constante d'expression $f'(x) = a$, le signe de la dérivée est évident : c'est celui du nombre « a ».
 - Si f' est une fonction affine, je choisis deux valeurs x_1 et x_2 situées dans l'intervalle de part et d'autre de la valeur particulière annulant la dérivée.
Je calcule les valeurs de f' en x_1 et x_2 soit $f'(x_1)$ et $f'(x_2)$ et je définis le du résultat.
 - Si f' est une fonction du second degré, voir méthode d'étude du signe d'un trinôme rappelée ci-dessous :
- Signe d'un trinôme $T(x) = ax^2 + bx + c$, avec ($a \neq 0$) :**

 - si $\Delta < 0$, le trinôme est du signe de a ;
 - si $\Delta = 0$, le trinôme est du signe de a sauf en $-b/2a$ où il s'annule ;
 - si $\Delta > 0$, le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe de $-a$ à l'intérieur des racines.
- ④ **Étape 4** : Je complète le tableau de :
 - Sur la première ligne, j'écris dans **l'ordre** les bornes de l'intervalle d'étude ainsi que les valeurs éventuelles de x trouvées en étape ② qui sont telles que $f'(x) = 0$ et je mets sur la deuxième ligne un 0 sous ces valeurs particulières.
 - Sur la deuxième ligne, j'indique :
 - ✓ un signe « + » (plus) dans l'intervalle où la fonction f' est
 - ✓ un signe « - » (moins) dans l'intervalle où la fonction f' est

Formulaire des dérivées usuelles

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$