

Phase 4 : Exercices d'entraînement

Un formulaire se trouve à la fin du document.

Exercice n° 1 :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par : $f(x) = -x^2 + 8x - 7$

- 1) **Déterminer** $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 10]$, où f' est la dérivée de la fonction f .
- 2) **Résoudre** l'équation $f'(x) = 0$.
- 3) **Déterminer** le signe de $f'(x)$.
- 4) **Établir** le tableau de variation de la fonction f .

Exercice n° 2 :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[4 ; 23]$ par : $f(x) = -2x^3 + 55x^2 - 210x + 186$.

- 1) **Déterminer** $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[4 ; 23]$, où f' est la dérivée de la fonction f .
- 2) **Résoudre** l'équation $f'(x) = 0$. **Arrondir** les résultats à 0,01 près (voir formulaire).
- 3) **Étudier** le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[4 ; 23]$.
- 4) **Recopier et compléter** le tableau de variation de la fonction f .

x	4	23
Signe de $f'(x)$
Variation de f			

- 5) **Indiquer** si la fonction f admet un extremum. Si oui, préciser s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum et indiquer sa valeur.

Exercice n° 3 : Immeuble parabolique

L'immeuble Poséidon à la grande Motte (34) a une forme parabolique.

Il a une largeur OB de 54 m et on admet que le bord supérieur de l'immeuble peut être modélisé à l'aide d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 54]$ par :

$$f(x) = -0,05x^2 + 2,7x$$

Plus précisément, un point M situé sur le bord supérieur de l'immeuble peut être repéré dans le repère d'origine O donné ci-contre par les coordonnées $(x ; f(x))$.

On désire connaître la hauteur de l'immeuble.

- 1) **Déterminer** $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 54]$, où f' est la dérivée de la fonction f .
- 2) **Résoudre** sur l'intervalle $[0 ; 54]$, l'équation $f'(x) = 0$.
- 3) **Étudier** le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 54]$.
- 4) **Établir** le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 54]$.
- 5) a) **Indiquer** si les conditions pour qu'une fonction f admette un maximum sont vérifiées. Justifier la réponse.
b) **Déterminer** la valeur de x correspondant à la hauteur de l'immeuble.
c) **En déduire** la hauteur de l'immeuble.



Exercice n° 4 : Pour aller plus loin ...

Les dirigeants d'un magasin étudient sa fréquentation afin d'optimiser le temps d'attente aux caisses.

Le magasin est ouvert entre 10h et 20h.

Le nombre de clients dans le magasin varie suivant le moment de la journée et peut être modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[10 ; 20]$ par :

$$f(t) = t^3 - 45t^2 + 663t - 2700 \text{ où } t \text{ correspond à l'heure de la journée.}$$

Problématique :

On désire prévoir les nombres maximum et minimum de clients entre 12h et 18h et les horaires correspondants.

Proposer une méthode et répondre à la problématique.

Formulaire

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Équations du second degré

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\text{Si } \Delta > 0, \text{ deux solutions distinctes : } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\text{Si } \Delta = 0, \text{ deux solutions confondues : } x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

Si $\Delta < 0$, aucune solution.